

CONCOURS EXTERNE
POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS
BRANCHE DE LA SURVEILLANCE
SPÉCIALITÉ « SURVEILLANCE ET MAINTENANCE NAVALE »
DES 14, 15 ET 16 FEVRIER 2017

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°3

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

AU CHOIX DU CANDIDAT, CE CHOIX ÉTANT PRÉCISÉ LORS DE L'INSCRIPTION

OPTION A : MATHÉMATIQUES

OU

OPTION B : ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE

OPTION A :	pages 2 à 4
OPTION B :	pages 5 à 6

AVERTISSEMENTS IMPORTANTS

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. **Si vous composez dans une option différente ou dans les deux options, votre copie sera notée zéro.**

Veillez à bien indiquer sur votre copie l'option dans laquelle vous allez composer ainsi que le nombre d'intercalaires utilisés (la copie double n'est pas comptée).

- **Pour l'OPTION A : Mathématiques**, l'usage de la calculatrice, d'un convertisseur, de tout matériel autre que celui d'écriture et de tout document autre que le support fourni est **interdit**.

- **Pour l'OPTION B : Électricité et électrotechnique navale**, l'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable, dont les mémoires sont vidées est **autorisée**.

Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera **l'exclusion du concours**.

Le présent document comporte **6 pages numérotées**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

OPTION A : MATHÉMATIQUES

- *L'usage de la calculatrice est interdit,*

- *Tous les exercices devront être traités,*

- *Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.*

Exercice 1

Dans cet exercice, nous allons chercher une solution particulière de l'équation $x^y = y^x$.

On suppose que x et y sont des éléments distincts de l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

On rappelle que $\ln(x)$ est le logarithme népérien de x .

1. Montrer que l'équation $x^y = y^x$ est équivalente à $\frac{\ln(x)}{x} = \frac{\ln(y)}{y}$.

2. Soit h la fonction définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = \frac{\ln(x)}{x}$.

Prouver que h est définie sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

Calculer la limite de la fonction h en $+\infty$ et déterminer la limite de la fonction h en 0.

3. Calculer $h'(x)$, où h' désigne la fonction dérivée de h . Retrouver les variations de h . Déterminer les valeurs exactes de x_0 et $h(x_0)$ où x_0 est l'abscisse du maximum de la fonction h sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$.

4. Prouver l'existence d'un unique nombre réel a de l'intervalle $]1 ; e[$ et d'un unique nombre réel b de l'intervalle $]e ; +\infty[$ tel que $h(a) = h(b)$. Chaque couple (a, b) ainsi défini est alors solution de $x^y = y^x$. Prouver que le couple $(2,4)$ est solution de $x^y = y^x$.

Exercice 2

Dans cet exercice, le candidat donnera ses résultats sous forme de fractions irréductibles, en les justifiant.

1. Un joueur de tennis a droit à deux balles maximum pour réussir un service. Line réussit sa première balle dans 75% des cas et lorsqu'elle rate sa première balle, elle réussit la seconde dans 85% des cas. Quelle est la probabilité que Line rate son service ?

2. Stéphane tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes standard non truqué. Quelle est la probabilité que cette carte soit un as ? Quelle est la probabilité que cette carte soit un cœur ?

3. Gilles achète un lot de 10 composants électroniques identiques dont 20% sont défectueux. Il les assemble par lots de deux composants en choisissant au hasard un composant après l'autre. Les deux premiers lots ne contiennent pas de composant défectueux. Quelle est la probabilité que le troisième lot contienne :

- un composant défectueux ?

- deux composants défectueux ?

Exercice 3

La suite de Fibonacci est une suite de nombres dont chaque terme est la somme des deux précédents. Soit la suite numérique $U_{n+2}=U_n+U_{n+1}$ dite suite de Fibonacci où n est un entier naturel. On pose $U_0=U_1=1$.

1. Soient 4 termes consécutifs de cette suite. Prouver que la différence des carrés des deux termes centraux est égale au produit des deux autres termes. En d'autres termes, prouver que $U_{n+3}U_n=U_{n+2}^2-U_{n+1}^2$ pour tout n entier naturel. On ne demande pas de démonstration par récurrence mais seulement un calcul formel.

2. On cherche à prouver que pour trois termes consécutifs de la suite de Fibonacci, le produit des deux termes extrêmes est égal au carré du terme central plus un entier v_n . En d'autres termes, que $U_{n+1}^2-U_nU_{n+2}=v_n$.

a. Soit k un entier positif. Exprimer n en fonction de k tel que n soit pair. Exprimer n en fonction de k tel que n soit impair.

b. Dans le cas où n est pair, exprimer $U_{n+1}^2-U_nU_{n+2}$ en fonction de U_{2k-1} et U_{2k} .

c. Dans le cas où n est impair, exprimer $U_{n+1}^2-U_nU_{n+2}$ en fonction de U_{2k-1} , U_{2k} et U_{2k+1} .

d. Soient deux termes consécutifs de v_n . En vous inspirant des résultats du b. et du c., quelle est leur somme ? Qu'en déduisez-vous ?

e. Prouvez que $v_n=(-1)^{n+1}$

Exercice 4

Dans une assemblée de 250 personnes, on ne remarque que celles ayant un habit vert ou ayant les yeux pers (gris-bleu). Il y a 120 personnes ayant un habit vert. Il y a aussi 85 personnes qui ont les yeux pers dont 50 portent un habit vert. On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.

On discute avec une personne choisie au hasard dans cette assemblée.

1. Quelle est la probabilité que ce soit une personne portant un habit vert ?
2. Quelle est la probabilité que ce soit une personne aux yeux pers et portant un habit vert ?
3. Quelle est la probabilité que ce soit une personne aux yeux pers ou portant un habit vert ?
4. Quelle est la probabilité que ce soit une personne n'ayant ni les yeux pers, ni un habit vert ?

Exercice 5

Dans une académie, les élèves candidats au baccalauréat série ES se répartissent selon les trois enseignements de spécialité : mathématiques, sciences économiques et sociales, langue vivante.

On interroge un candidat pris au hasard. On note :

- M l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques » ;
- S l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales » ;
- L l'événement « le candidat a choisi l'enseignement de spécialité langue vivante » ;
- R l'événement « le candidat a obtenu le baccalauréat ».

On pourra faire un arbre pour faciliter les réponses aux questions. Les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

1. Traduire en termes de probabilités les informations numériques données ci-dessous :
 - 37% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques.
 - 25% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité langue vivante.
 - 21% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité mathématiques et ont obtenu le baccalauréat.
 - 32,5% des candidats ont choisi l'enseignement de spécialité sciences économiques et sociales et ont obtenu le baccalauréat.
 - parmi les candidats ayant choisi l'enseignement de spécialité langue vivante, 72,5% ont obtenu le baccalauréat.
2. Déterminer la probabilité pour que le candidat ait choisi l'enseignement de sciences économiques et sociales.
3. Quelle est la probabilité pour que le candidat ait choisi l'enseignement de spécialité langue vivante et ait échoué au baccalauréat ?
4. Le candidat a choisi l'enseignement de spécialité mathématiques. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas obtenu le baccalauréat ?
5. Montrer que le pourcentage de réussite au baccalauréat pour les candidats de la série ES dans cette académie est 71,625% (Indication : $\frac{1}{160} = 0,00625$).
6. On interroge successivement au hasard et de façon indépendante trois candidats. On ne demande pas de résultat numérique, mais une expression en fonction de P_R .
 - a. Quelle est la probabilité qu'au moins l'un d'entre eux soit reçu ?
 - b. Quelle est la probabilité que deux candidats sur trois exactement soient reçus ?

OPTION B : ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE

- ***Tous les exercices et toutes les questions doivent être traités sur la copie prévue à cet effet.***
- ***Aucune réponse ne devra être portée sur le sujet lui-même.***
- ***Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.***
- ***Tous les schémas et diagrammes à réaliser doivent être accompagnés d'un commentaire expliquant la valeur de leurs symboles.***

Exercice 1

Un réseau 230/400V 60Hz alimente les récepteurs suivants :

- 10 moteurs triphasés dont chacun a les caractéristiques : $400\text{V}/10\text{A}/\cos\varphi = 0,8$
- 30 lampes fluorescentes 230V. Elles sont couplées en étoiles. Chacune des 10 associations absorbent 1A par phase avec un facteur de puissance de 0,6.
- 10 traceurs (résistances chauffantes) de 500W chacune.

- 1- Calculer les puissances totales P_T , Q_T et S_T .
- 2- Déterminer le facteur de puissance de l'installation.

Exercice 2

Sur l'alimentation d'une installation de filtrage triphasée 400V - 60Hz, on mesure un courant de 15A avec un facteur de puissance de 0,7.

- 1- Calculer la puissance active P de l'installation.
- 2- Déterminer la puissance réactive à fournir pour relever le facteur de puissance à 0,9.
- 3- En déduire la valeur des condensateurs à installer en étoile.
- 4- Calculer le nouveau courant absorbé.

Exercice 3

Un régulateur PID contrôle une vanne trois voies d'une conduite dans laquelle circule l'eau de mer. Le régulateur permet de maintenir la température de l'eau de mer à 20 °C.

- 1- Rappeler la signification des trois lettres PID.
- 2- Quels sont les effets de l'augmentation de l'action P ?
- 3- Quels sont les effets de l'augmentation de l'action I ?
- 4- Quels sont les effets de l'augmentation de l'action D ?

Exercice 4

Un moteur asynchrone triphasé entraîne une pompe. Le mode de démarrage de ce moteur est étoile triangle.

- 1- Ce mode de démarrage est-il possible sur un moteur à cage d'écureuil ? Justifier votre réponse.
- 2- Faire le schéma de puissance normalisé ainsi que le schéma de commande normalisé du démarrage étoile triangle.

Exercice 5

Un transformateur triphasé Dyn, 1,5 kV / 410 V, a un courant nominal secondaire égal à 70 A. Un essai à vide nous a permis de mesurer $P_{10} = 400\text{W}$ et un autre en court-circuit $P_{1cc} = 780\text{W}$ à I_{2n} .

Calculez :

- a) Le rapport de transformation ;
- b) L'intensité primaire nominale ;
- c) La puissance apparente nominale au primaire ;
- d) La puissance active fournie par le secondaire à une charge résistive absorbant 70 A ;
- e) La puissance active fournie par le secondaire à une charge inductive de facteur de puissance 0,85 absorbant 50 A.