Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

BN3AB15V1

CONCOURS EXTERNE
POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS
BRANCHE DE LA SURVEILLANCE
SPÉCIALITÉ « SURVEILLANCE ET MAINTENANCE NAVALE »
DES 3, 4 ET 5 MARS 2015

ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N°3

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

AU CHOIX DU CANDIDAT, CE CHOIX ÉTANT PRÉCISÉ LORS DE L'INSCRIPTION

OPTION A : MATHÉMATIQUES

OU

OPTION B : ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE

OPTION A :	**pages 2 à 4**
OPTION B :	**pages 5 à 6**

AVERTISSEMENTS IMPORTANTS

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. **Si vous composez dans une option différente ou dans les deux options, votre copie sera notée zéro**.

Veillez à bien indiquer sur votre copie l'option dans laquelle vous allez composer ainsi que le nombre d'intercalaires utilisés (la copie double n'est pas comptée).

- **Pour l'OPTION A : Mathématiques**, l'usage de la calculatrice, d'un convertisseur, de tout matériel autre que celui d'écriture et de tout document autre que le support fourni est **interdit.**

- **Pour l'OPTION B : Électricité et électrotechnique navale,** l'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable, dont les mémoires sont vidées est **autorisée.**

Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera **l'exclusion du concours.**

Le présent document comporte **6 pages numérotées**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

Tournez la page S.V.P.

<u>OPTION A</u> : MATHÉMATIQUES

- L'usage de la calculatrice est interdit,

- Tous les exercices devront être traités,

- Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.

*****

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3e^x$.

1. Déterminer les limites de f(x) lorsque x tend vers + ∞ et vers - ∞.
(On rappelle que $\lim\limits_{x \to -\infty} |x^3e^x| = \lim\limits_{x \to -\infty} e^x$.)

2. Étudier les variations de f. Dresser son tableau de variation.

3. Soit C la courbe représentative de f dans un repère orthonormal du plan.

a) Donner l'équation de la tangente à C au point d'abscisse 0.

b) Donner l'équation de la tangente à C au point d'abscisse -3.

c) Déduire de la limite de f(x) en - ∞ que C admet une asymptote au voisinage de - ∞. Quelle est cette asymptote ?

d) Préciser la position de C par rapport à l'axe des abscisses sur l'intervalle] - ∞ ; 0 [.

4. Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = (x^3 - 3x^2 + 6x - 6)\, e^x$.

a) Montrer que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C, l'axe des abscisses et la droite d'équation x = -3. Calculer A. (A sera exprimée en unités d'aire u.a.). On rappelle qu'une aire est toujours positive.

Exercice 2

Une urne contient n+8 boules : huit boules blanches et n boules noires (n étant un entier au moins égal à deux).
Tous les tirages effectués sont supposés équiprobables.
On fait tirer à un joueur des boules de l'urne. Pour chaque boule blanche tirée il gagne un euro, mais pour chaque noire il perd deux euros.
Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Dans cette question, le jeu consiste à effectuer deux tirages successifs avec remise : le joueur tire une première boule de l'urne, il la remet dans l'urne, puis il effectue un deuxième tirage.

a) Montrer que le joueur peut, soit gagner deux euros, soit perdre un euro, soit perdre quatre euros.

b) Calculer, en fonction de n, la probabilité correspondant à chacun des cas.

c) Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque jeu le gain (positif ou négatif) réalisé à l'issue des deux tirages. Calculer, en fonction de n, l'espérance mathématique de X. Y a-t-il une valeur de n pour laquelle cette espérance est nulle? Si oui, la donner.

2. Dans cette question, n est fixé égal à 6 (il y a donc 6 boules noires et 8 blanches dans l'urne). Le joueur tire maintenant trois boules simultanément et il n'effectue qu'un seul tirage.

a) Montrer qu'il peut, soit gagner trois euros, soit perdre six euros, soit perdre trois euros, soit ne rien gagner ni ne rien perdre.

b) Calculer la probabilité correspondant à chaque cas. Les résultats seront donnés sous la forme de fractions irréductibles.

Exercice 3

On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies sur l'ensemble des entiers naturels n non nuls par :
$u_n = \sin(1/n^2) + \sin(2/n^2) + \dots + \sin(n/n^2)$
et $v_n = 1/n^2 + 2/n^2 + \dots + n/n^2$.

1. Démontrer que (v_n) converge vers 0,5.

2. On souhaite démontrer que la suite (u_n) converge.

a) f , g et h sont les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - \sin x$, $g(x) = -1 + \cos x + x^2/2$ et $h(x) = -x + \sin x + x^3/6$.
Démontrer que ces trois fonctions ne prennent que des valeurs positives ou nulles sur $[0 ; +\infty[$.
(Utiliser les variations de ces fonctions.)

b) Justifier que pour tout $n \geq 1$, $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 \leq n^4$. (On pourra utiliser un raisonnement par récurrence.)

Déduire de l'étude des fonctions f et h faite au a) que pour tout entier naturel n non nul on a l'inégalité $v_n - 1/(6n^2) \leq u_n \leq v_n$.

c) Démontrer que la suite (u_n) est convergente. Quelle est sa limite?

Exercice 4

Une usine fabrique des pièces dont 1 % sont défectueuses.
Après fabrication, chaque pièce, bonne ou défectueuse, est envoyée à un service de contrôle.
Le contrôle s'effectue de la manière suivante :

- sachant qu'une pièce est bonne, elle est acceptée avec une probabilité de 0,97 ;
- sachant qu'une pièce est défectueuse, elle est refusée avec une probabilité de 0,99.

1. a) Quelle est la probabilité pour qu'une pièce soit défectueuse et acceptée?
b) Quelle est la probabilité pour qu'une pièce soit bonne et refusée?
c) Calculer la probabilité pour qu'il y ait une erreur dans le contrôle?

2. Si l'on effectue cinq contrôles de suite, quelle est la probabilité pour qu'il y ait exactement deux erreurs de contrôle? (On pourra donner le résultat sous la forme d'un produit de puissances de nombres réels)

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur l'intervalle] -1 ; + ∞ [par f(x) = ln (1+x).
On note (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et, pour tout n entier naturel , $u_{n+1} = \ln(1+ u_n)$.
On donne les valeurs approchées au centième près par défaut suivantes :
ln 2 = 0,69 ; ln 3 = 1,09.

1. Étudier les variations de f.

2. A l'aide des valeurs f(0), f(1) et f(2) (approchées si besoin), tracer dans un repère orthonormal la courbe C représentative de f, restreinte à l'intervalle [0 ; 2].
Tracer dans ce même repère la droite D d'équation y = x, restreinte à l'intervalle [0 ; 2].
Placer le point A de coordonnées $(u_0, 0)$.
Construire les points de l'axe des abscisses d'abscisses respectives u_1, u_2, u_3 et u_4 en laissant les traits de construction apparents.

3. Que peut-on prévoir pour le comportement de la suite (u_n)?

4. A l'aide d'un raisonnement par récurrence, montrer que pour tout entier naturel n, u_n est strictement positif.

5. Étudier les variations de la fonction g définie sur l'intervalle] -1 ; + ∞ [par :
g(x) = ln (1 + x) – x.
Montrer que pour tout réel x strictement positif on a :
$0 < \ln(1+x) < x$.
En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

6. Déduire de ce qui précède que la suite (u_n) converge et que sa limite est 0.

<u>OPTION B :</u> ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE

- ***Tous les exercices et toutes les questions doivent être traités sur la copie prévue à cet effet.***
- ***Aucune réponse ne devra être portée sur le sujet lui-même.***
- ***Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.***
- ***Tous les schémas et diagrammes à réaliser doivent être accompagnés d'un commentaire expliquant la valeur de leurs symboles.***

*****

Exercice 1

<u>Alternateur:</u>
Le réseau électrique d'un navire est alimenté par 2 alternateurs triphasés identiques. Sur la plaque signalétique de ceux-ci, on peut lire: 230/400V, 75/ valeur illisible , n = 1800tr/min, f = 60 Hz, inducteur = 5A, Service S1, IP44, cosφ = 0,8 IEC34.

1- Sur la plaque signalétique, une valeur de courant est illisible. Calculer celle-ci.

2- Déterminer la valeur de la puissance qui devrait être indiquée sur la plaque signalétique.

3- a) Déterminer le nombre de paires de pôles.
b) Expliquer à quoi correspond ce paramètre. Un schéma peut être utilisé.

4- Quelle est la signification de IP44?

5- La notice technique de l'alternateur donne la valeur de la résistance d'une bobine d'induit à 0,4Ω.
a) Quelle valeur en ohm doit-on mesurer à l'aide d'un ohmmètre, entre 2 phases, si l'induit est couplé en étoile?
b) Quelle valeur en ohm doit-on mesurer à l'aide d'un ohmmètre, entre 2 phases, si l'induit est couplé en triangle?

6- Dans quelles conditions peut-on déterminer la valeur de la résistance d'une bobine d'induit?

Exercice 2

<u>Distribution:</u>
Le réseau bord fonctionne avec une tension triphasée 230/400V. L'alternateur est couplé en étoile, et est protégé par un disjoncteur 60A de 4 pôles.

1- On alimente 12 lampes à incandescence, de 230v 60w chacune.
Donner le câblage pour obtenir une charge équilibrée.

2- Quel sera le courant de ligne dans un fil de phase?

3- Quel sera le courant dans le fil de neutre?

4- Si une ampoule claque, préciser ce que cela change pour les courants de phase et de neutre.

Exercice 3

Défaut d'isolement:
Le réseau bord est constitué d'un alternateur triphasé 230/400V, d'un CPI, et de 5 disjoncteurs protégeant des moteurs.
On notera de 1 à 5 ces départs moteur.

1- Dessiner le réseau, sans oublier les bobines d'induit de l'alternateur et l'ensemble des connexions liées au fonctionnement de celui-ci.

2- Donner la valeur minimum de l'isolement du réseau.

3- Le CPI se met à indiquer une valeur de 80KΩ. Il a été déterminé que le moteur 1 en est la cause.
a) Comment a-t-on pu déterminer le moteur en défaut ?
b) Placer sur le schéma du réseau la résistance de 80KΩ.

4- Un deuxième défaut apparaît sur le moteur 2. Ce défaut vaut 50KΩ et se situe sur la même phase que le défaut du moteur 1.
a) Quelle valeur affichera le CPI ?
b) Y a-t-il danger pour le personnel ? Justifier par des grandeurs numériques.
c) Y a-t-il danger pour l'installation ? Justifier.

5- Si le deuxième défaut qui apparaît sur le moteur 2 vaut 50KΩ, mais que celui-ci se situe sur une autre phase que le défaut du moteur 1,
a) Quelle valeur affichera le CPI ?
b) Y a-t-il danger pour le personnel ? Justifier par des grandeurs numériques.
c) Y a-t-il danger pour l'installation ? Justifier.

Exercice 4

Couplage d'alternateurs:
1- Donner toutes les conditions de couplage d'un alternateur sur un réseau, après que celui-ci soit revenu de réparation.
Indiquer l'ordre de ces opérations.
2- Pour chacune de ces conditions, préciser comment les obtenir.