

**CONCOURS EXTERNE**  
**POUR L'EMPLOI DE CONTRÔLEUR DES DOUANES ET DROITS INDIRECTS**  
**BRANCHE DE LA SURVEILLANCE**  
**SPÉCIALITÉ « SURVEILLANCE ET MAINTENANCE NAVALE »**  
**DES 10, 11 ET 12 MARS 2014**

**ÉPREUVE ÉCRITE D'ADMISSIBILITÉ N° 3**

(DURÉE : 3 HEURES - COEFFICIENT 3)

AU CHOIX DU CANDIDAT, CE CHOIX ÉTANT PRÉCISÉ LORS DE L'INSCRIPTION

**OPTION A : MATHÉMATIQUES**

**OU**

**OPTION B : ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE**

<b>OPTION A :</b>	<b>pages 2 à 4</b>
<b>OPTION B :</b>	<b>pages 5 à 6</b>

**AVERTISSEMENTS IMPORTANTS**

Vous devez composer dans l'option choisie lors de votre inscription et uniquement dans celle-ci. **Si vous composez dans une option différente ou dans les deux options, votre copie sera notée zéro.**

Veillez à bien indiquer sur votre copie l'option dans laquelle vous allez composer ainsi que le nombre d'intercalaires utilisés (la copie double n'est pas comptée).

- **Pour l'OPTION A : Mathématiques**, l'usage de la calculatrice, d'un convertisseur, de tout matériel autre que celui d'écriture et de tout document autre que le support fourni est **interdit**.

- **Pour l'OPTION B : Électricité et électrotechnique navale**, l'utilisation d'une calculatrice scientifique non programmable, dont les mémoires sont vidées est **autorisée**.

Toute fraude ou tentative de fraude constatée par la commission de surveillance entraînera **l'exclusion du concours**.

Le présent document comporte **6 pages numérotées**.

Il vous est interdit de quitter définitivement la salle d'examen **avant le terme de la première heure**.

## **OPTION A : MATHÉMATIQUES**

- **L'usage de la calculatrice est interdit,**
- **Tous les exercices devront être traités,**
- **Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.**

\*\*\*\*\*

### **Exercice 1**

On dispose de trois dés exotiques : deux de ces dés ont cinq faces numérotées de 1 à 5 et le troisième a dix faces numérotées de 1 à 10.

On considère deux cas :

- (i) On jette les deux dés à cinq faces et on additionne le résultat
- (ii) On jette le dé à dix faces

1. Détaillez les résultats possibles pour le cas (i) et donnez la probabilité associée à chacun de ces résultats.
2. Détaillez les résultats possibles pour le cas (ii) et donnez la probabilité associée à chacun de ces résultats.
3. On considère le jeu suivant : on effectue un jet de dé(s). Si le résultat obtenu est 5,6 ou 7, on doit 2 \$ à la banque, sinon la banque donne 1 \$.
  - a. Quelle est la probabilité d'effectuer un jet de dé(s) gagnant dans le cas (i) et dans le cas (ii). Expliquez.
  - b. Donnez un arbre de probabilité de gains pour deux jets de dés successifs. Expliquez.
  - c. Le jeu est-il en faveur du joueur dans le cas (i) ? Le jeu est-il en faveur du joueur dans le cas (ii) ? Expliquez.

### **Exercice 2**

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \ln(3x^2 + 2x - 1)$  où  $\ln$  est le logarithme népérien.

1. Calculez les valeurs de  $f(x)$  pour  $x = -1$  et  $x = \frac{1}{3}$ .
2. Calculez la dérivée de  $3x^2 + 2x - 1$ .
3. Pour quelles valeurs de  $x$  le polynôme  $3x^2 + 2x - 1$  est-il nul ? Justifiez. Etudiez le signe de ce polynôme.
4. Qu'en déduisez-vous quant au domaine de définition de  $f$  ?

### Exercice 3

Soit la suite  $u_n$  définie par 
$$\begin{cases} u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \\ u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \end{cases} ; n \in \mathbb{N} ;$$

*Attention : on ne considère pas les  $u_i$  tels que  $i < 0$*

1. Calculez numériquement  $u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8$  .
2. Remarquez que  $u_n = u_2 u_{n-1} + u_1 u_{n-2}$  .  
Exprimez  $u_n$  en fonction de :
  - (a)  $u_{n-2}, u_{n-3}, u_2$  et  $u_3$
  - (b)  $u_{n-3}, u_{n-4}, u_3$  et  $u_4$
  - (c)  $u_{n-4}, u_{n-5}, u_4$  et  $u_5$
3. En utilisant les résultats de 1/ et 2/ et en admettant que  $u_n = u_k u_{n-k+1} + u_{k-1} u_{n-k}$  , montrez que  $u_n = u_{k+1} u_{n-k} + u_k u_{n-k-1}$  .
4. Montrez que  $u_n$  est croissante.
5. On admet (sans démonstration) qu'il est possible d'exprimer  $u_n$  sous la forme :

$$u_n = \alpha \varphi_1^n + \beta \varphi_2^n$$

Les valeurs numériques de  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont les racines du trinôme du second degré :

$$X^2 - X - 1 = 0$$

- a) Calculez sous forme de fraction irréductible les racines de  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  telles que  $\varphi_1 > \varphi_2$  .
- b) Calculez sous forme de fraction irréductible les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$  . Indication : exprimez  $u_0$  et  $u_1$  en fonction de  $\alpha$  et  $\beta$  .
- c) En le justifiant, déduisez-en que  $u_n = \frac{1}{\sqrt{5}} (\varphi_1^n - \varphi_2^n)$  .
- d) Exprimez  $\varphi_2$  en fonction de  $\varphi_1$  . Indication : calculez l'inverse de  $\varphi_2$  .
- e) Donnez en fonction de  $\varphi_1$  et de  $n$  une approximation de  $u_n$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$  . Justifiez.
- f) En déduire une limite du taux de croissance  $\frac{u_{n+1}}{u_n}$  de  $u_n$  lorsque  $n \rightarrow +\infty$  .

### Exercice 4

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = \sin(ax^2 + bx + c)$  où  $\sin$  est la fonction sinus.

1. Calculez la dérivée  $f'$  de  $f$  en fonction de  $a, b, c$ .
2. Sachant que  $f'(0)$  et  $f(0)$  sont nuls, calculez les valeurs de  $b$  et  $c$ .
3. Exprimez  $f'$  et  $f$  en fonction de  $a$  et de  $k \in \mathbb{Z}$ . En déduire que  $f(x) = (-1)^k \sin(ax^2)$  et  $f'(x) = 2ax(-1)^k \cos(ax^2)$

### Exercice 5

Soit  $f$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \begin{cases} f(0) = \frac{3}{2} \\ f(x) = 2x \ln x - \frac{x^2}{2} - x + \frac{3}{2} \text{ pour } x > 0 \end{cases}$$

( $\ln$  désigne le logarithme népérien).

Soit  $g$  la fonction définie sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  par :  $g(x) = 2 \ln x - x + 1$ .

1. Déterminez les limites en 0 et en  $+\infty$  de  $g$ . Étudiez les variations de  $g$ .
2. Démontrez que l'équation  $g(x) = 0$  admet deux solutions  $1$  et  $\alpha$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ . En déduire le signe de  $g$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .
3. Soit  $f'$  la fonction dérivée de  $f$ . Vérifiez que  $f' = g$  (pour  $x > 0$ ). Étudiez les variations de  $f$  sur  $]0; +\infty[$ .
4.  $f$  est-elle continue en zéro ? Expliquez.
5. Démontrez que l'équation  $f(x) = 0$  admet sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  deux solutions  $1$  et  $\beta$ . Justifiez  $5 \leq \beta \leq 6$ . Indication :  $\ln(5) \approx 1,61$  et  $\ln(6) \approx 1,79$

## OPTION B : ÉLECTRICITÉ ET ÉLECTRONIQUE NAVALE

- **Tous les exercices et toutes les questions doivent être traités sur la copie prévue à cet effet.**
- **Aucune réponse ne devra être portée sur le sujet lui-même.**
- **Chaque réponse devra être rigoureusement justifiée et devra être précédée du numéro de la question à laquelle elle se rapporte.**
- **Tous les schémas et diagrammes à réaliser doivent être accompagnés d'un commentaire expliquant la valeur de leurs symboles.**

\*\*\*\*\*

### Exercice 1

Trois résistances égales  $R$  sont couplées en triangle. Un ohmmètre numérique haute impédance est branché entre deux des trois bornes du montage et indique une résistance apparente  $R_a = 50 \Omega$ .

- 1.1. Exprimez la résistance  $R$  en fonction de  $R_a$ .
- 1.2. Calculez  $R$ .

Les trois résistances  $R$  sont maintenant branchées en étoile.

2. Indiquez la valeur de la résistance apparente  $R_a'$  qu'affiche l'ohmmètre dans ce cas.

### Exercice 2

L'essai à vide d'un transformateur 220 V / 127 V ; 50 Hz ; 1,0 kVA a donné les résultats suivants :

$$U_1 = 220 \text{ V} ; U_{20} = 132 \text{ V} ; P_{10} = 42 \text{ W} ; I_{10} = 0,53 \text{ A}.$$

En charge, la tension primaire étant la même qu'à vide, le transformateur alimente une résistance réglable  $R_2$ . Pour différents réglages de  $R_2$ , la mesure de l'intensité efficace du courant secondaire a donné :

$$I_2 : 2,0 \text{ A} - 4,0 \text{ A} - 6,0 \text{ A} \text{ et } 8,0 \text{ A}$$

Calculez :

- 1.1. le rapport de transformation  $m$  ;
- 1.2. le facteur de puissance à vide  $\cos \varphi_{10}$ .

Pour chaque valeur de l'intensité efficace  $I_2$  du courant secondaire :

- 2.1. déterminez graphiquement l'intensité efficace  $I_1$  du courant primaire ;
- 2.2. calculez l'écart relatif entre  $I_1$  et la valeur obtenue par la relation  $I_1' = mI_2$  ;
- 2.3. qu'en concluez vous ?

### Exercice 3

Le moteur asynchrone à cage d'un treuil porte sur sa plaque signalétique les indications suivantes :  
380 V / 660 V – 50 Hz – puissance utile  $P_u = 22 \text{ kW}$  –  $1440 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$  –  $\cos \varphi = 0,86$

Ce moteur est couplé à un réseau triphasé 380 V et fonctionne au régime nominal. La tension et le courant dont les valeurs sont nominales, sont assimilables à des grandeurs sinusoïdales. La fréquence est de 50 Hz. Toutes les pertes du moteur sont supposées négligeables, sauf les pertes Joule rotor.

- 1.1. Précisez le couplage de ce moteur sur le réseau. Justifiez.
- 1.2. Précisez la fréquence de synchronisme  $n_s$  en  $\text{tr}\cdot\text{min}^{-1}$ .
- 1.3. Calculez le glissement  $g$ .
- 1.4. Calculez la puissance active absorbée par le moteur  $P_a$ .
- 1.5. Calculez la valeur efficace  $I$  du courant en ligne.
- 1.6. Calculez la valeur efficace  $J$  du courant dans un enroulement du moteur.

Ce moteur est celui d'un treuil extérieur et peut être atteint par des paquets d'eau de mer en cas de mauvais temps.

- 2.1. Décrivez comment peut se faire la réfrigération de ce moteur.

De retour de mer et avant de mettre en service ce treuil, une mesure d'isolement est requise.

- 2.2. Justifiez l'intérêt de cette mesure.
- 2.3. Décrivez précisément comment réaliser cette mesure. Indiquez les appareils employés.

Le treuil est mis en service pour embarquer des caisses disposées sur le quai. La descente du croc à vide se fait sans problème mais le moteur reste immobile lors de la montée avec une charge arrimée au croc. Un premier contrôle atteste de la présence des trois tensions triphasées aux bornes du moteur. La montée à vide du croc est possible.

- 2.4. Listez les causes possibles d'avaries. Précisez les mesures nécessaires pour contrôler les différentes hypothèses.